

العنوان:	تحليل التجارب ذات الاستجابات المتعددة مع التطبيق
المؤلف الرئيسي:	الدوري، إنعام عبدالرحمن نعمان
مؤلفين آخرين:	النعيمة، محمد عبدالعال(مشرف)
التاريخ الميلادي:	2002
موقع:	بغداد
الصفحات:	1 - 113
رقم MD:	552522
نوع المحتوى:	رسائل جامعية
اللغة:	Arabic
الدرجة العلمية:	رسالة ماجستير
الجامعة:	جامعة بغداد
الكلية:	كلية الادارة والاقتصاد
الدولة:	العراق
قواعد المعلومات:	Dissertations
مواضيع:	الإحصاء، الاستجابات المتعددة، الجذور المميزة، المصفوفات الجزئية
رابط:	<a href="http://search.mandumah.com/Record/552522">http://search.mandumah.com/Record/552522</a>

# تحليل التجارب ذات الاستجابات المتعددة مع التطبيق

رسالة مقدمه إلى

مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة بغداد

وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء

من قبل

إنعام عبد الرحمن نعمان الدوري

بإشراف

الأستاذ الدكتور محمد عبدالعال النعيمي

2002 م

بغداد

١٤٢٣ هـ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

قُلْ لَوْ كَانَ الْبَحْرُ مِدَادًا لِكَلِمَاتِ رَبِّي لَنَفَدَ الْبَحْرُ قَبْلَ أَنْ

تُفَدَ كَلِمَاتُ رَبِّي وَلَوْ جِئْنَا بِمِثْلِهِ مَدَدًا

صدق الله العظيم

(الكهف: ١٠٩)

# الإهداء

وقل ربي ارحمهما كما ربياني صغيرا

أمي و أبي

طيب الله ثراكم

## شكر وتقدير

لابد لي ، بعد ان أنجزت بحثي المتواضع هذا ، ان اشكر الله عز وجل الذي منحني القوه والصبر على مواصلة و إكمال دراستي العليا .

كما أتقدم بوافر الشكر والتقدير لأستاذي الفاضل الدكتور محمد عبدالعال النعيمي الذي كان عوناً لي ومخلصاً في حل المشاكل التي واجهتني في البحث وطيلة فترة الاشراف اذ قدم لي الكثير من النصائح السديدة والتشجيع وكان سندا لي في أعداد الرسالة .

أسجل شكري وتقديري الى السادة أعضاء لجنة المناقشة المحترمين على قبولهم مناقشة رسالتي هذه والتي لاشك بأنها تكون اكثر أهمية بأرائهم السديدة .

كما أتقدم بجزيل شكري وتقديري الى السيد رئيس قسم الإحصاء الأستاذ الدكتور ظافر حسين رشيد .

كما أتقدم بعظيم امتناني إلى المربي الفاضل الأستاذ الدكتور عبدالمجيد حمزه الناصر الذي كنت انهل من معرفته العلمية الواسعة ، وسأبقى اغرف من معين علمه .

من دواعي العرفان بالجميل الى الاستاذ كمال المشهداني لتوجيهاته القيمة خلال فترة البحث . ومن واجبي الاعتراف بالجميل الذي قدمه لي الدكتور صلاح حمزة /معاون عميد كلية الاداره والأقتصاد/ الجامعه المستنصريه للأراء العلمية التي كان يسندني بها.

شكر وتقدير الى السيد مدير عام مركز اباء للابحاث الزراعيه .

عظيم امتناني وتقديري إلى الأستاذ الدكتور كامل حايث شديد لمواقفه المشرفة معي وإسناده طيلة فترة الدراسة. لايفوتني ان اذكر وبتقدير الى الاستاذ الدكتور عادل الخفاجي لمساعدته لي في الحصول على بيانات تجربته الاولى والى الاستاذ الدكتور عبدالرزاق الراوي لمساعدته لي في الحصول على بيانات تجربته الثانيه.

شكر وامتنان الى الدكتور هاني ناصر هرمز في كلية الزراعة لما قدمه لي من مساعدة في حصولي وتدريبي على احدث البرامج .

كما أسجل شكري إلى زملائي في الدراسات العليا الذين كانوا سندا لي في فترة الدر اسه شكري إلى الصديقات آلاء قدوري و أسماء يحيى المحاويلي لمواقفهم الصادقة إذ كانوا يمدونني بالصبر دائما ، والى كل من ساعدني ووقف معي ولو بكلامه وعذرا لمن فاتني ذكرهم . كما اشكر مكتب تكوين للحاسبات لتعاونهم معي في طباعة هذه الرسالة و إخراجها بالشكل الصحيح . و أخيرا أتمنى من الله عز وجل أن يوفقني في هذه الرسالة ويجعلها سندا

**الباحثة**

لي في الحياة ، والله ولي التوفيق .

## إقرار المشرف العلمي

أشهد عن إعداد الرسالة الموسومة (تحليل التجارب ذات الاستجابات المتعددة مع التطبيق) ،  
قد جرى بأشراف في قسم الإحصاء /كلية ألا داره والاقتصاد /جامعة بغداد ، وهي جزء من  
متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء .

التوقيع:

أ.د محمد عبدالعال النعيمي

رئيس جامعة البصره

(المشرف)

٢٠٠٢/ ٥ /

---

---

## إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا في القسم

بناء على توصية المشرف العلمي أشرح هذه الرسالة للمناقشة .

التوقيع:

أ.د ظافر حسين رشيد

رئيس قسم الاحصاء

٢٠٠٢/ ٥ / م

## قرار لجنة المناقشة

نشهد بأننا أعضاء لجنة المناقشة قد اطلعنا على الرسالة الموسومة (تحليل التجارب ذات الاستجابات المتعددة مع التطبيق) ، وقد ناقشنا الطالب في محتوياتها وفيما له علاقة بها ، ووجدنا بأنها جديرة بالقبول لنيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء .

التوقيع :

أ.م.د: ضوية سلمان حسن الجنابي  
(عضو)

التوقيع :

أ.د فاضل محسن علي الربيعي  
(رئيس اللجنة)

التوقيع :

أ.د : محمد عبدالعال امين النعيمي  
(المشرف)

التوقيع :

أ.م : علي عبدالحسين الوكيل  
(عضو)

---

---

## مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة بغداد على قرار لجنة المناقشة

التوقيع:

أ.د جمال داود سلمان الجنابي  
عميد كلية الإدارة والاقتصاد  
جامعة بغداد

## إقرار الخبير اللغوي

أشهد بان الرسالة الموسومة (تحليل التجارب ذات الاستجابات المتعددة مع التطبيق) ، قد جرت مراجعتها من الناحية اللغوية تحت إشرافي بحيث أصبحت بأسلوب علمي خال من الأخطاء اللغوية ولاجله وقعت.

التوقيع:

د. لى فائق جميل العاني

كلية الآداب / جامعة بغداد

/ 5 / 2002م



***ANALYSIS MULTI RESPONSES  
EXPERIMENTS WITH  
APPLICATION***

**A THESIS  
SUBMITTED OF THE COUNCIL OF THE COLLEGE OF  
ADMINISTRATION AND ECONOMICS AT THE  
UNIVERSITY OF BAGHDAD  
IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENT  
FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF SCIENCE IN  
“STATISTIC ”**

***BY*  
ENAAM ABDUL-RAHMIN NU'MAN AL-DUIRI**

**SUPERVISOR  
PROF.**

***BY*  
Dr. MUHAMMED ABDUL-ALL AMEN AL-NUAIMI**

## المخلص

تناولت هذه الرسالة دراسة إحصائية لتجارب الاستجابات المتعددة بدءا بدراسة العلاقة الخطية بين الاستجابات من خلال إجراء تحليل الجذور المميزة والمتجهات المميزة لتحديد اضعف استجابة من خلال تطبيق صيغة الـ (Euclidean norm) وقد استخدم البرنامج الإحصائي (Mintiab) لإجراء تحليل الجذور المميزة والمتجهات المميزة والمصفوفات الجزئية .

كما تم التطرق إلى دراسة تصميم سطح الاستجابة من الدرجة الأولى والثانية واعتماد التحليل الإحصائي لتصميم سطح الاستجابة من الدرجة الثانية في الجانب التطبيقي من خلال تجربتين في حالة وجود وعدم وجود تكرار ، وأيضا تم احتساب معالم أنموذج سطح الاستجابة من الدرجة الثانية لتحديد الأنموذج الملائم للبيانات وحساب مكونات جدول تحليل التباين لسطح الاستجابة من الدرجة الثانية بوجود استجابات متعددة باستخدام البرنامج الإحصائي (Statistical Analysis System) وأسند البحث بالأشكال التي توضح سطح الاستجابة بالاستعانة بالبرنامج الإحصائي (statistic) .

# الفصل الأول

# الفصل الأول

## 1-1 المقدمة :

ان علم الإحصاء من ابرز العلوم المعتمدة في التعبير عن العلاقات بين المتغيرات ولاسيما ان اكثر المؤسسات وبمختلف أصنافها باتت تعتمد الأساليب الكمية للوصول الى مبتغاهها بكفاية عالية. ويأخذ الموضوع أهمية كبيرة لقطرنا العزيز لأن التحولات التي يمر بها قطرنا على الأصعدة كافة تعتبر بداية لمسيرة جديدة هدفها في بناء المجتمع الذي يخطط له القائد وتناضل من اجله الجماهير المخلصة لتحقيقه. ومن هنا يبرز علم الإحصاء ودوره بالمساهمة في توفير هذه المستلزمات وتوفير قاعدة فيها البيانات والمؤشرات الدقيقة التي يحتاجها المخطط والمجرب ، وكلما اقتربت المؤشرات والبيانات التي يعتمدها الباحث من الدقة هذا يعني اقتراب الخطة الموضوعية من الهدف والعكس صحيح وقد جاءت هذه الدراسة متوخية المساهمة في عملية تطوير مشاريع التجارب البحثية الزراعية من خلال اتباع الطرائق والأساليب العلمية في المجالات التطبيقية الملائمة لها . ان من ابرز المؤسسات التي تهتم بالمشاريع البحثية الزراعية هو مركز إباء للأبحاث الزراعية أذ ان المركز بحثي يهتم بدراسة التجارب الزراعية ثم إجراء التحاليل الإحصائية المناسبة لها من اجل الخروج بنتائج تؤدي لقرارات تتلاءم وهدف البحث .

ومن ابرز المواضيع الحيوية التي تسهم بذلك موضوع تحليل وتصميم التجارب الذي يقوم على أساس التجريب من خلال إقامة تجارب بتصاميم مختلفة وتنفيذها بهدف دراسة معنوية تأثير عامل واحد أو عدة عوامل او وصف مشكلة او تأكيد فرضية معينة او رفضها او تفسير بعض الخصائص.

وفي علم الإحصاء هنالك أنواع كثيرة من التصاميم التي هي قيد استخدام الباحثين متلائمة مع تجاربهم . ويسعى الباحثون من خلال إداء التجارب بتصاميم مختلفة هو لمعرفة اي من التصاميم يساهم في تقليل تباين الخطأ ويساعد في اختزاله . أما من خلال بحثنا هذا فقد تم التطرق وبشكل رئيسي إلى تصميم سطح الاستجابات المتعددة (Multi Responses Surface) لغرض تحليل بعض التجارب التطبيقية المقامة في المركز البحثي المذكور ولقد تم تقسيم فصول الرسالة على النحو الآتي تم في الفصل الأول تم فيه التقديم للموضوع وذكر هدف البحث والخلفيات التاريخية له كما تم التطرق في الفصل الثاني للجانب النظري الذي استعرضنا فيه وبشكل موسع دراسة العلاقة الخطية بين الاستجابات من خلال فحص الجذور المميزة والمتجهات المميزة تم

عرض لتصميم سطح الاستجابة من الدرجة الأولى والثانية وكيف يتم تقدير المعالم فيه واختبارها وصولاً إلى النموذج الملائم للتجربة المدروسة أما في الفصل الثالث فقد تضمن الجانب التطبيقي إذ اشتمل على تجربتين لحالة تصميم سطح الاستجابة من الدرجة الثانية وأخيراً اشتمل الفصل الرابع على أهم الاستنتاجات والتوصيات التي تم التوصل إليها من خلال هذه الدراسة.

## 2-1 هدف البحث :

أن الهدف من هذا البحث هو استخدام تحليل الانحدار لسطح الاستجابات المتعددة وذلك للتوصل إلى دقة النتائج في بعض التجارب التي تحتاج إلى استخدام مثل هذا الأسلوب أما أساليب تحليل الانحدار في بعض التصاميم المتعارف عليها تكون النتائج غير دقيقة ودليلنا على ذلك أن بعض التجارب فيها أكثر من استجابة وبهذه الحالة يكون استخدامنا للأسلوب سابق الذكر أكثر عملياً على الرغم من صعوبة التحليل ولاسيما في نماذج الانحدار المتعدد ، يكون استخدام هذا الأسلوب بقياس كل استجابة على حده ثم قياس الاستجابات مجتمعة لبيان أي الاستجابة أقل تأثيراً من خلال استخدام الجذور المميزة والمتجهات المميزة لاستبعادها وهكذا لحين الوصول إلى أفضل استجابة وأجراء تحليل التباين لسطح الاستجابة وهذا ماتم دراسته بشكل معمق في الجانب النظري وتطبيقه عملياً على تجارب من واقع حال إحدى الدوائر وهو مركز إباء للأبحاث الزراعية والذي أيد ذلك المتخصصون بأن هذا الموضوع مهم والحاجة قائمه إليه في بعض من التجارب ذات المواصفات التي تم التنويه عنها.

## 3-1 الخلفية التاريخية للموضوع :

ان هذا الموضوع الذي سيتم تناوله في الفصول القادمة ليس بالموضوع الحديث أذ بدأت الكتابة فيه عام (1951) ، تم تطبيق هذا الموضوع على بعض التجارب الحقلية والذي اعتمد على ثلاث مواضيع الأول هو التحليل الاحتمالي من خلال ملاءمة منحنى العلاقة بين تركيز المنبه ونسبة الاستجابة الفردية والثاني يعتمد على تحليل منحنيات النمو (Growth Curves) للحيوانات باستخدام متعدد حدود متعامدة والثالث كان في الحقل الزراعي مثال ذلك أن العلة الزراعية التي تعتمد على نوع الأسمدة المستخدمة واستجابة المنتج لأكثر من سماء فكانت لهذا الاستخدام في بعض البحوث يبين نتائج أكثر دقة من الاستخدامات الأخرى في تصميم وتحليل التجارب وخاصة في تحديد مستويات الاستجابة ومن خلال المتابعة لخلفيات الموضوع وجدنا أن الباحثين الذين

استخدموا هذا الأسلوب قد أكدوا في اغلب الاستنتاجات على أهمية ودقة النتائج لبعض التجارب التي تتصف بمواصفات متعدد الاستجابة .

في عام (1966) نشر كلٌ من (Box و Wilson)<sup>(1)</sup> بحثاً عن سطح الاستجابة تضمن البحث كيفية الحصول على اعظم قيمة للنتائج وتحديد أي مستوى وقعت عنده الاستجابة العظمى باستخدام عدد قليل من المشاهدات.

أما في عام (1967) فقد بحثا العالمان (Draper و Hunter)<sup>(16)</sup> عن كيفية استخدام التوزيع الأولى (Prior Distribution) في تقدير المعالم عند تصميم تجربة تخضع لنموذج متعدد استجابات لا خطي ، حيث بحثاً عن كيفية التوصل إلى دالة التوزيع اللاحق للمعالم الموجودة في نفس النموذج اللاخطي وكيف يؤثر على استخدام تصميم التجربة وذلك من خلال التطبيق الذي قام به الباحثان حول متعدد المتغيرات لدالة التوزيع الطبيعي المتعدد وكيفية اختيار التصميم المناسب ومن ثم تقدير المعالم . ولقد تمكن هذان الباحثان من الحصول على معيار الاختيار لـ  $N$  من التجارب بوجود  $N$  من المشاهدات وللحالات الآتية .

١- عندما تكون التوزيعات الأولية (Prior Distribution) للمعالم ثابتة في حالة نموذج الاستجابات المتعددة .

٢- أنموذج الاستجابات المفردة عندما تكون المعلومات الأولية (Prior Information) تمثل توزيع متعدد المتغيرات الطبيعي.

٣- أنموذج الاستجابات المتعددة عندما تكون المعلومات الأولية (Prior Information) تتضمن الحالتين السابقتين أي (١) و (٢) .

في عام (1970) بحث كل من (Box و Draper و Hunter)<sup>(13)</sup> عن القيم المفقودة في بيانات الاستجابات المتعددة في حالة الأنموذج غير الخطي وكيف يتم معالجتها وذلك بأن تصنف البيانات إلى جزئين ففي الجزء الأول يحتوي على البيانات الموجودة والجزء الثاني يحتوي على البيانات المفقودة ومن ثم اللجوء إلى صيغة مقدرات الإمكان الأعظم فانه يمكن تقدير المعالم كما تم استخدام مقدرات بيز لحل المشكلة أيضا .

في عام (1970) أيضا قدم الباحث (Atkinson)<sup>(2)</sup> بحثاً عن تصميم تجربة لتقدير ميل سطح الاستجابة وقد توصل إلى أن طريقة المربعات الصغرى تستخدم لتقدير المعالم في متعددة الحدود من الدرجة الأولى وتقليل مجموع مربعات الخطأ عندما يكون نموذج سطح الاستجابة من الدرجة الثانية .

في عام (1973) بحث كل من (Eragave و Mac. Grogor و Hunter و Box)<sup>(12)</sup> في كيفية تصنيف المشاكل المرتبطة بأنموذج الاستجابات المتعددة ومن هذه المشاكل :

١- عندما تكون الأخطاء غير مستقلة (معتمدة فيما بينها) .

٢- الاعتماد الخطي لقيمة الاستجابة المتوقعة.

٣- الاعتماد الخطي بين البيانات .

في عام (1973) استخدم الباحثان (Myers و Carter)<sup>(28)</sup> أسلوب معالجة لسطح الاستجابة في أنظمة الاستجابة الثنائية يتم ذلك من خلال وضع شروط على جميع المتغيرات المستقلة التي تؤدي إلى تعظم أو تقليل دالة الاستجابة الأولية (Primary Response Function) وفقاً لشروط أن دالة الاستجابة المقيدة (Constraint Response Function) تأخذ قيمة معينة وان هذا الأسلوب يعتمد على توليد نقاط تعتمد على طبيعة دالة الاستجابة الأولية وكذلك يأخذ بنظر الاعتبار حالة أنموذج الاستجابة التربيعية (الدالة الأولية Primary Function) ، لقد أقترح الباحث استخدام التحليل القويم (Canonical Analysis) حيث توجد نقطة الاستقرار واقعة ضمن مجال التجربة فيما لو تم تحديد طبيعة نقطة الاستقرار.

في عام (1976) كتب الباحث (Lucas)<sup>(25)</sup> عن إجراء مقارنة بين تصاميم التجارب الملائمة لنموذج سطح الاستجابة التربيعية التي تتمثل بالأنموذج الآتي :

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^K b_i x_i + \sum_{i=1}^K b_{ii} x_i^2 + \sum_{1 \leq i < j \leq k} b_{ij} x_i x_j + e$$

حيث ان  $b_0$ ,  $b_i$ ,  $b_{ii}$  هي معالم النموذج المقدر ،  $x_i$ 's هي المتغيرات المسيطر عليها او المتغيرات المستقلة ،  $e$  هو حد الخطأ العشوائي. وتمت المقارنة بين مجموعه من تصاميم سطح الاستجابة .

في عام (1979) كتب الباحثون (Downie و D.w. Bacon و Pritchard و Mclean)<sup>(26)</sup> بحثاً عن المعوقات التي تظهر في دراسة بيانات الاستجابات المتعددة التي يجب ان تؤخذ بنظر الاعتبار. الحالة الأولى هي عندما تكون مصفوفة التباين والتباين المشترك في تصميم سطح الاستجابات المتعددة شاذة أي ان محددتها تساوي صفر، الحالة الثانية هي انه عندما يكون هنالك اعتماد خطي بين الاستجابات وذلك بإيجاد تحليل الجذور المميزة والمتجهات المميزة للاستجابات.

في عام (1980) أيضا ناقش كل من (Ziegel و Gormar)<sup>(39)</sup> كيفية استخدام الأنموذج المرتبط بالاستجابات المتعددة والمستخدم كثيراً في الصناعات الكيميائية والبتروكيميائية إذ أن هذا الأنموذج يصف الخطوات الفيزيائية والكيميائية في عملية الفعل ورد الفعل وقياس تأثيرها على الاستجابة .

في عام (1981) استخدم الباحثان (Khuri و Colon)<sup>(22)</sup> معياراً جديداً لقياس المسافة بين المقدرات في نماذج الاستجابات المتعددة لكي يتم التوصل إلى مقدرات مثالية لجميع الاستجابات في آن واحد حيث أن:  $\rho(\hat{Y}(x), \theta)$  هو مقياس المسافة بين القيم المثلى وبين القيم المقدره  $\hat{Y}(X)$  ، ويمكن الاستفادة من هذا الأسلوب لأي عدد من الاستجابات ولأي عدد من العوامل إذ أن :

$$\rho(\hat{Y}(x), \theta) = \left[ (\hat{Y}(x) - \theta)' \{Var(\hat{Y})\}^{-1} (Y(x) - \theta) \right]^{1/2}$$

وفي عام (1983) توصل كل من (Shelton و Khuri و Cornell)<sup>(30)</sup> إلى اختيار نقاط البحث لاختبار نقص الدقة في نماذج سطح الاستجابة كما استخدموا اختبار F لقياس قوة هذا الاختبار ، ويعتمد هذا الاختبار على تقدير تباين  $\sigma^2$  ومن متطلبات هذا الاختبار ان يكون هنالك تكرار ضمن مشاهدات التجربة. أن هذا الاختبار يتضمن في الواقع جانبين الأول يتمثل بملائمة الأنموذج للبيانات المستخدمة ، أما الجانب الثاني فيتمثل بمعرفة أي مرحلة من مراحل التجربة تكون دقتها ضعيفة.

وفي عام (1984) بحث كل من (Erickson و Solomon و Yang)<sup>(37)</sup> تقدير المعالم واختبارها لبعض نماذج الاستجابة المتعددة من خلال استخدام نموذج متعدد المتغيرات ثم تحليل منحى النمو للاستجابة مستخدمين طريقة الإمكان الأعظم (MLE) لتقدير المعالم في الأنموذج ثم توضيح أن طريقة الإمكان الأعظم هي افضل طريقة للتقدير وذلك من خلال النتائج التي تم التوصل إليها في تجربته على نمو نوع من أنواع الجراثيم (الميكروبات) .

في عام (1985) ناقش الباحث (Khuri)<sup>(19)</sup> موضوع نقص الدقة في تصاميم سطوح الاستجابة، وكيف يتم تحويل المتغيرات بمستويات (+1 و -1) وأيضاً أهتم الباحث بنماذج سطح الاستجابة من الدرجة الأولى وتقدير نقص الدقة في الأنموذج من خلال إضافة نقاط جديدة للتصميم وكذلك تقدير نموذج من الدرجة الثانية كما تركز اهتمام البحث على تحويل المتغيرات المستقلة .



وفي عام (1985) توصل كل من (Bates و Watts) <sup>(10)</sup> إلى تقدير معالم أنموذج الاستجابات المتعددة مع بعض التطبيقات لنظام معادلات خطية كما تم إيجاد افضل كفاءة في الطرق المستخدمة في التقدير.

في عام (1989) قام كل من (Carter و Chimchilli و Gemmings) <sup>(17)</sup> بأجراء دراسة عن تصميم سطح الاستجابة وارتباطها بالبيانات في حالة الأنموذج غير الخطي حيث تم الاستعانة بتجربة عاملية <sup>(4<sup>2</sup>)</sup> وتم تكرار التجربة 4 مرات حيث تم تقدير المعالم وتحديد فترات الثقة للمعلمة.

في عام (1993) تناول الباحث (عواد شعلان الجبوري) <sup>(1)</sup> مشكلة بناء أنموذج سطح الاستجابة للقوة الانضغاطية لقالب الخرسانة بالاعتماد على خليط من عناصر (متغيرات) لتحديد القيمة العظمى للاستجابة على أساس مستويات (قيم) المتغيرات المتكونة من (ماء، رمل، حصى، أسمنت) التي تولد هذه الاستجابة وتحديد الكلف الدنيا للخليط الذي يمكن له بناء أعلى أنموذج سطح الاستجابة التقديري الذي يولد قوة انضغاطية اكبر من (او تساوي) قيمة محددة.

في عام (1996) فقد كتب الباحث (عباس الطائي) <sup>(5)</sup> عن كيفية تطبيق سطوح الاستجابة في دراسة متانة الخرسانة وقد تم إعداد قوالب عملية لهذا البحث واستخراج النتائج حيث أجريت تجربة عاملية بتصميم عشوائي كامل مع كيفية استخدام تحليل الانحدار لسطوح الاستجابة للحالتين الخطية وغير الخطية .

وفي عام (1999) نشر كل من (Smith و Brian و Goodlin و Duane) <sup>(32)</sup> بحثا تضمن تحليلا إحصائياً لنماذج سطح الاستجابة المفردة والمتعددة وقد اختص هذا البحث بدراسة تطبيقية عن الموصلات وأشباه الموصلات .

في عام (2000) قدم الباحثون (Haftka و Venkataraman و Qu) <sup>(30)</sup> مقارنة بين سطح الاستجابة للأنموذج التربيعي والتكعيبي واختيار متغيرات عشوائية ومتغيرات التصميم وأجراء مقارنة بين الأنموذجين عن طريق المعايير الإحصائية الأتية :

Test RMSE و Mean of Response و RMSE Predictor و R<sup>2</sup>-Adj.

# الفصل الثاني الجانب النظري

# الفصل الثاني

## الجانب النظري

سيتم في هذا الفصل عرض الجانب النظري لدراسة تحليل العلاقة الخطية بين الاستجابات ودراسة تصميم سطح الاستجابة من الدرجة الأولى والدرجة الثانية.

### (1-2) منهجية سطح الاستجابة

أن منهجية سطح الاستجابة ( Response Surface Methodology ) ويشار إليها اختصاراً (RSM) هي عبارة عن مجموعة من الأساليب الإحصائية والرياضية تستخدم لتحليل المشاكل عندما توجد لدينا مجموعة من المتغيرات المستقلة تؤثر على متغير معتمد حيث تشير إلى المتغيرات المستقلة بـ  $(x_1, x_2, \dots, x_k)$  على فرض أن هذه المتغيرات مستمرة ويمكن السيطرة عليها . ومثال على ذلك أراد باحث في تجر به كيميائية أن يقيس درجة الحرارة  $(x_1)$  و الضغط المسلط  $(x_2)$  التي تحقق أكبر استجابة لهذه العملية ، يمكن كتابة الاستجابة المشاهدة  $(y)$  على شكل دالة تمثل هذين المستويين من درجة الحرارة والضغط المسلط على الشكل التالي :

$$Y = f(x_1, x_2) + \varepsilon \quad \dots\dots\dots(1-2)$$

حيث أن  $\varepsilon$  تمثل مركبة الخطأ العشوائي

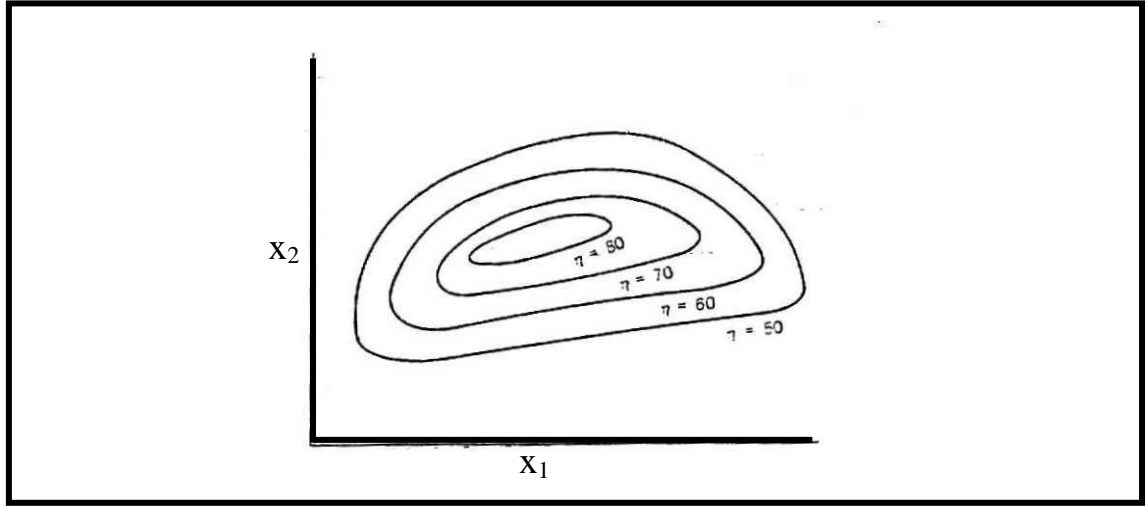
وإذا رمزنا للدالة المتوقعة بـ  $(\eta)$  فان المعادلة (1-2) تكون بالشكل التالي :

$$E(Y) = \eta \quad \dots\dots\dots(2 - 2)$$

وان السطح الممثل بـ

$$\eta = f(x_1, x_2) \quad \dots\dots\dots(3 - 2)$$

يدعى بسطح الاستجابة (Response Surface) ويمكن تمثيل سطح الاستجابة بدلالة المتغيرين  $X_1$  و  $X_2$  بيانيا بحيث يكون  $E(Y)$  عمودي عليهما ثم نرسم الاستجابة الثانية وهكذا



شكل رقم -1- يبين سطح الاستجابة

في اغلب الأحيان نلاحظ ان منهجية سطح الاستجابة (RSM) تكون على صيغة العلاقة بين الاستجابة والمتغيرات المستقلة وتكون غير معروفة ، وان أول خطوة في (RSM) هي إيجاد تقريب ملائم للدالة  $(f)$  ، وان الدالة الخطية لمتعدد الحدود من الدرجة الأولى الأنموذج يكون بالشكل الآتي :

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad \dots(4-2)$$

فإذا كانت العلاقة بينهما على شكل منحنى عند تمثيلها بالرسم فهذا دليل على ان العلاقة بين المتغيرات المستقلة والمعتمدة من الدرجة الثانية وتكون شكل العلاقة كالاتي :

$$Y_i = B_0 + \sum_{i=1}^k B_i x_j + \sum_{j=1}^k B_{jj} x_j^2 + \sum_{j < k} B_{jk} x_j x_k + \varepsilon_i \quad \dots(5-2)$$

وفي اغلب مسائل الـ (RSM) نستخدم إحدى أو كلا من متعددات الحدود التقريبية هذه بالطبع من غير المحتمل أن يكون أنموذج متعدد الحدود تقريبا معقول إلى  $f$  ولكن في بعضها يكون فعلا جيد .

## Response Surface **سطح الاستجابة (2-2)**

هي العلاقة بين مجموعة المتغيرات المستقلة  $X_i = (X_1, X_2, \dots, X_k)$  والمتغير المعتمد  $y$  الذي يطلق عليه بمتغير الاستجابة من اجل بلوغ نقطة الأمثلية لاستجابة المتغير المعتمد أو الوصول إلى اقرب نقطة منها وتحديد محيطات الاستجابة التقديرية، ومنها نستطيع بناء نموذج إحصائي ليمثل تلك العلاقة، وهي أساليب رياضية وإحصائية تستخدم في تحليل المشاكل عندما يكون هنالك مجموعة مختلفة من المتغيرات المستقلة  $X_i = (X_1, X_2, \dots, X_k)$  تؤثر في متغير الاستجابة  $Y$ ، والهدف من هذه الأساليب هي الحصول على افضل دالة تمثل الاستجابة

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) + \varepsilon \quad \dots\dots\dots(6-2)$$

$$E(y) = f(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad \dots\dots\dots(7-2)$$

إذ أن :

$Y$  : يمثل متغير الاستجابة

$X$  : المتغيرات المستقلة

( $i=1, 2, \dots, k$ )

$\varepsilon$  : هو حد الخطأ العشوائي ويفترض غالباً خضوعه للتوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي صفر وتباين يساوي  $\sigma^2$

$$\left[ \varepsilon \sim \text{NID}(O, \sigma_\varepsilon^2 I) \right]$$

أن أهم خطوة في منهجية سطوح الاستجابة هي بناء أنموذج إحصائي للعلاقة بين المتغير المعتمد  $Y$  أو مجموعة المتغيرات المعتمدة ( $Y_1, Y_2, \dots, Y_r$ ) وبين مجموعة المتغيرات المستقلة ( $X_1, X_2, \dots, X_k$ ) على اعتبار ان هذه العلاقة متعددة حدود من الدرجة الأولى ضمن مجال المتغير وهذه العلاقة هي :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1j} + \beta_2 x_{2j} + \dots + \beta_k x_{kk} + \varepsilon_j \quad \dots\dots\dots(8-2)$$

وكما عرفنا  $\varepsilon_i$  هو الخطأ العشوائي الذي يتوزع التوزيع الطبيعي

$$\varepsilon_j \sim \text{NID}(O, \sigma_\varepsilon^2)$$

وبعد إيجاد الأنموذج المقدر تتم عملية تحليل هذا الأنموذج الذي غالباً يسمى بالأنموذج التقريبي، أما إذا وجد تحذب في شكل السطح فأننا نقوم باستخدام تحليل متعدد المتغيرات من الدرجة الثانية ويكون شكل النموذج على النحو الآتي :

$$y_i = B_0 + \sum_{d=1}^k B_d X_j + \sum_{j=1}^{k_i} B_{jj} X_j^2 + \sum_{j < k} B_{jk} X_j X_k + \varepsilon_i \quad \dots\dots\dots(9-2)$$

## تقدير المعالم في أنموذج سطح الاستجابة

### Parameters Estimation in Response Surface Model

تستخدم طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) في تقدير معالم نموذج متعدد المتغيرات على الأغلب وذلك لسهولة استخدامها أولاً وقربها من فكرة تحليل سطح الاستجابة ثانياً. ويستخدم (RSM) بصيغ ملائمة السطوح ، علماً بأن من أهم أهداف تحليل سطوح الاستجابة يتمثل بتحديد منطقة المتغير او مجاله من حيث تحقق الشروط الخاصة بالعمل.

وكما تقدم فإن طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية تستخدم لتقدير معالم النموذج وان تحليل السطوح يحتاج إلى أعداد متعددة ومنه نستطيع إيجاد افضل التقديرات للاستجابة تبعاً لتغير التولد في المتغيرات المستقلة وعليه يكون التحري عن سطوح الاستجابة بعد تصميم التجربة ويمكن كتابة النموذج العام لسطح الاستجابة بالشكل :

$$\underline{Y} = \underline{XB} + \underline{E} \quad \dots\dots\dots(10-2)$$

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \cdot \\ Y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdot & x_{1k} \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & x_{n1} & \cdot & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \cdot \\ B_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \cdot \\ E_k \end{bmatrix}$$

Y : متجه متغير الاستجابة من الدرجة (r×1)

X : مصفوفة المتغيرات المستقلة من الدرجة (n×k)

B : متجه معالم النموذج المراد تقديرها من الدرجة (k×1)

E : يمثل متجه الأخطاء من الدرجة (k×1) الذي يتوزع توزيعاً طبيعياً بوسط يساوي صفر وتباين يساوي  $\sigma^2$  أي ان :

$$\underline{E} \sim \text{NID}(0, \sigma_E^2)$$

وان تقدير المربعات الصغرى لـ  $\beta$  يكون قيمته  $\hat{\beta}$  ، فنكون المعادلة الطبيعية

للمنموذج (10-2) :

$$(\underline{X}'\underline{X})\hat{\beta} = \underline{X}'\underline{y} \quad \dots\dots\dots(11-2)$$

لكن المصفوفة (XX) عبارة عن Less than full rank فبم تحويلها الى full

rank باستخدام طريقة اعادة النمذجة (Reparameterization) ومن ثم يمكن تقدير المعالم وفق الصيغة التالية :

$$\hat{\beta} = (\underline{X}'\underline{X})^{-1}\underline{X}'\underline{y} \quad \dots\dots\dots(12-2)$$

## اختبار المعالم Testing of The Parameters

في تحليل الانحدار يمكن معرفة فيما إذا كانت الاستجابة المتوقعة تتغير أم لا تبعاً لحجم التغير الحاصل في المتغير المستقل  $X$  . وطبقاً لنموذج الانحدار فإن الاستجابة المتوقعة تعتمد على مستوى المتغير المستقل حسب المعادلة الآتية <sup>(١)</sup>:-

$$E(Y_i) = B_0 + B_1 X_i \quad \dots\dots\dots(13-2)$$

اذ أن الاستجابة المتوقعة تتغير مع التغير في قيم المتغير المستقل  $X$  لجميع قيم  $B_i$  ما عدا  $i=0$  و لأجل معرفة وجود العلاقة بين  $Y$  و  $X$  يمكن وضع الفرضية بالشكل التالي <sup>(٢)</sup>:-

$$H_0: B_1 = 0$$

$$H_1: B_1 \neq 0$$

و لأجل اختبار هذه الفرضية عند مستوى دلالة معينه ، يمكن أن نتبع أسلوب اختبار  $t$  وذلك لان توزيع المعاينة إلى :

$$t_0 = \frac{b_1 - (B_1)}{S(b_1)} \quad \dots\dots\dots(14-2)$$

(t) : تمثل توزيع بدرجة حرية (n-k)

اذ أن  $t_0$  هي قيمة  $t$  الحسابية ، وأن قيمة  $t_0$  هي قيمة  $t$  الخاضعة للفرضية  $H_0$  ، لذلك فإن قيمة  $t$  الحسابية يمكن أن تكتب كما يأتي :

$$t_0 = \frac{b_1 - (B_1)_0}{S(b_1)} \quad \dots\dots\dots(15-2)$$

ومن خلال الاختبار لقيمة  $t$  نقارنها مع القيمة المجدولة بدرجة حرية (n-k) ومستوى دلالة معينة 0.05 او 0.01 . فإذا كانت  $t_0 > t_{tab}$  ، فهذا يعني وجود علاقة خطية بين المتغير  $x$  و  $y$  .

وعلى العكس اذ كانت  $t_0 < t_{tab}$  فهذا يعني عدم وجود علاقة خطية بين المتغيرين  $x$  و  $y$  .

---

(١) انظر المصدر رقم ٨

## Multi Responses Surface (3-2) سطح الاستجابات المتعددة

أما مفهوم سطح الاستجابات المتعددة فهو يتضمن عدة متغيرات للاستجابة  $(Y_1, \dots, Y_r)$  كما ويتضمن عدة متغيرات مستقلة أو مسيطر عليها  $(X_1, X_2, \dots, X_k)$  ويمكن عرض سطوح الاستجابات حسب الدوال الآتية:

$$\left. \begin{array}{l} Y_1 = f_1 (X_1, X_2, \dots, X_k) \\ Y_2 = f_2 (X_1, X_2, \dots, X_k) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_r = f_r (X_1, X_2, \dots, X_k) \end{array} \right\} \dots\dots\dots(16-2)$$

## The Linear Multi Responses Model النموذج الخطي للاستجابات المتعددة

التجارب التي تنفذ (N) من المرات ويتم قياس فيها (r) من الاستجابات لمجموعه من المتغيرات المستقلة ، على فرض ان متغيرات الاستجابة هذه تتمثل في نموذج الانحدار المتعدد (Multi Regression) والنموذج الخطي هو النموذج الذي يكون فيه معالم الدالة خطية ويمكن تمثيل النموذج بالشكل التالي :

$$Y_i = Z_i \beta_i + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, r \quad \dots\dots\dots (17-2)$$

اذ أن

$Y_i$  : متجه متغيرات الاستجابة (المعتمد) ذي الدرجة  $(N \times 1)$

$Z_i$  : مصفوفة المتغيرات المستقلة ذي الدرجة  $(N \times P_i)$  ذي الرتبة  $P_i$

$B_i$  : متجه معالم النموذج ذي الدرجة  $(P_i \times 1)$

$\varepsilon_i$  : متجه الأخطاء العشوائية المرتبطة بالاستجابات على فرض أن :

$$E(\varepsilon_i) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{var} (\varepsilon_i) = \sigma_{ii} I_n \\ \text{Cov} (\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \sigma_{ij} I_n \end{array} \right] \dots\dots\dots(18-2)$$

اذ أن  $\sigma_{ij}$  يمثل تباين الخطأ الواقع في الصف  $i$  والعمود  $j$  في مصفوفة التباين والتباين المشترك للأخطاء العشوائية  $(\Sigma)$  ذي الدرجة  $(r \times r)$  ، ويمكن التعبير عن مصفوفة التباين والتباين المشترك للأخطاء  $(\Sigma)$  كما يلي



$$\text{Var}(\varepsilon) = \Sigma \otimes I_n \quad \dots\dots(19 - 2) \quad (3)$$

وان مصفوفة الأخطاء المقدره ( $\Sigma$ ) يمكن احتسابها حسب الصيغة التآليه وهي التي اشتقها العالم (Zellner 1962) و الصيغة الرياضية لها :

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{y_i' [I_N - Z_i (Z_i' Z_i)^{-1} Z_i'] [I_N - Z_j (Z_j' Z_j)^{-1} Z_j'] y_j}{N} \quad \dots\dots\dots(20 - 2)$$

وان مصفوفة التباين والتباين المشترك يمكن احتسابها من متجه البواقي (الأخطاء) بوجود عدد من معادلات الاستجابة وتكون مصفوفة التباين والتباين المشترك من درجة ( $r \times r$ )، بوجود  $r$  من الاستجابات يمكن إعادة كتابة صيغة المعادلة (17-2) كما يأتي :

$$\tilde{Y} = Z\beta + \varepsilon \quad \dots\dots\dots(21 - 2)$$

اذ أن:

$$\tilde{Y} = [Y_1' : Y_2' : \dots : Y_r']$$

$$\beta = [\beta_1' : \beta_2' : \dots : \beta_r']$$

$$\varepsilon = [\varepsilon_1' : \varepsilon_2' : \dots : \varepsilon_r']$$

وان  $Z$  هي مصفوفة قطرية أقطارها تساوي المصفوفة  $Z_i$  أي أن :

$$Z = \text{Diag} (Z_1, Z_2, \dots, Z_r)$$

---

(3)  $\otimes$  : يرمز للضرب المباشر (Kronecker Product) في المصفوفات.